TITLE:

ICAPMに基づく売買情報を用いたポートフォリオ戦略 (ファイナンスの数理解析とその応用)

AUTHOR(S):

佐々木, 大輔; 宮崎, 浩一

CITATION:
佐々木, 大輔 ...[et al]. ICAPMに基づく売買情報を用いたポートフォリオ戦略 (ファイナンスの数理解析とその応用). 数理解析研究所講究録 2008, 1580: 86-99

ISSUE DATE:
2008-02

URL:
http://hdl.handle.net/2433/81411

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
第1580巻 2008年 86-99

ICAPMに基づく売買情報を用いたポートフォリオ戦略

電気通信大学 電気通信学部 システム工学科
佐々木 大輔(Daisuke Sasaki), 宮崎 浩一(Koichi Miyazaki)
Department of Systems Engineering
The University of Electro-Communications

1. はじめに

Sharpe(1964), Lintner(1965)らによるCAPMは，リスクとリターンの関係を表すモデルとして，ファイナンス理論において中心的な役割を果たしている．実務上の応用においても，ポートフォリオ構築などでベンチマーク的な役割を果たすなど，非常に大きな影響力を持つモデルである．しかし，一方でCAPMはクロスセクションデータにおけるリターンのバラツキに対する説明力が十分ではないということが多くの文献で指摘されている．この問題に対する修正として，Merton(1973)による連続期間におけるCAPM(Intertemporal CAPM, 以下ICAPM)やRoss(1976)によるAPT, Fama-French (1992) による3ファクターモデルなどが有名だが，ここでは特にMerton(1973)のICAPMに注目する．

ICAPMでは証券のリスクやリターンなどの投資機会を(CAPMでは一定と仮定するのに対し)状態変数に依存させている．このため，投資家は(通常のCAPMにおける投資家のように) 証券のリスク・リターンの関係に注意を払うだけでなく，将来の投資機会の変化に対するヘッジのためにも資産を保有する動機があることが明らかにされている．具体的には通常の市場ポートフォリオに加え，投資機会の変動を表す状態変数の動きに対するヘッジポートフォリオを保有することが示された．しかしながら，この状態変数は抽象的であり，どのようにしてヘッジポートフォリオを構築するかが実証研究における鍵となっている．これまで様々なアプローチが研究されてきたが，Lo and Wang(2006)は売買情報を用いてヘッジポートフォリオを構築するというこれまでと全く異なるアプローチを提案した．

売買情報は証券の取引量に関する情報であり，証券価格と共に重要な情報である．実際に証券市場において，ファンダメンタルズに変化が生じた際，証券価格の変化と共に，需給や売買量も大きく変化する．そのため，証券市場から得られる情報からモデリングを行う際には，売買情報を用いたモデルを構築する方が自然である．しかしながら，多くの資産評価モデルの研究では価格ばかりに焦点を合わせており，売買情報に対しての注目は低かった．

さらに彼らは，独自に離散化したICAPMにおいて，ヘッジポートフォリオは将来の市場ポートフォリオに対する最適予測ポートフォリオであることを示し，クロスセクションデータに対する説明力分析とともに米国市場で実証を行い，その有効性を示した．本研究ではLo and Wang(2006)の手法に従い，日本市場において売買情報を用い

た ICAPM に基づく実証の有効性を検証していく.

本論文の構成は次のとおり. 2 節で Lo and Wang(2006)による ICAPM を, 3 節でそれに基づくリターンと売買情報に関する性質を紹介する. 4 節では 3 節で示した性質を利用し, 売買情報からヘッジポートフォリオを構築する手法を紹介する. 5 節では市場ポートフォリオのリターンに対する予測力分析, およびヘッジポートフォリオを用いたモデルのクロスセクションデータに対する説明力分析を行う. 6 節ではまとめと結語を付す.

2. Lo and Wang の ICAPM

2.1 モデルの設定

投資の対象となる証券として, J種類の株式$j(=1,\ldots,J)$と無リスク債券(以下 債券)がある. 株式jについて, その時点$t(=0,1,2\cdots)$における配当ベクトルを$D_t=(D_{1t},\ldots,D_{Jt})'$とする. また, 一般性を失うことなく, 全銘柄の発行済株式数を 1 と基準化する. 債券について, 金利は一定値$r(r>0)$で, その金利で外部より十分な供給があるものとする.

時点tにおける株式ポートフォリオを$S_t=(S_{1t},\ldots,S_{Jt})'$とする. その成分$S_{jt}$は一般的に用いられるウェイトではなく, 株式$j$の保有株数(先ほどの基準化により, 発行済株式数で除した保有割合と解釈できる)である. また, 市場ポートフォリオを$S_M=(1,\ldots,1)'$と定義する.

I 人の投資家$i(=1,\ldots,I)$が存在し, 初期時点においてS_M/Iの株式ポートフォリオを保有し, 債券は保有しないものとする. そして, 全時点において投資家は以下の式(1)の期待効用を最大化する投資を行うものとする.

$$E_t[-\exp\{-W_{t+1}^i-(\lambda_X X_t+\lambda_Y Y_t^i)S_M' D_{t+1}-\lambda_Z(1+Z_t^i)X_{t+1}\}] \tag{1}$$

ここで, W_{t+1}^iは時点$t+1$における投資家iの富, X_tは株価を決定する状態変数, Y_t^iは投資家iのマーケットスピリッツ(2.2 節で説明)の個人差を表す状態変数, Z_t^iは投資家iのヘッジに対する選好の個人差を表す状態変数, λ_X λ_Y λ_Zはそれぞれ非負定数を表し, これらは全てスカラーである. また, Y_t^i, Z_t^iは投資家間の個人差を表す状態変数なので, 基準化のため,

$$\sum_{i=1}^{I} Y_t^i=\sum_{i=1}^{I} Z_t^i=0 \ (t=0.1,2,\ldots) \tag{2}$$

とする. また, 分析の簡略化のため, $D_t, X_t, \{Y_t^i, Z_t^i, i=1,\ldots,I\}$は平均がゼロで独立同一分布に従う(I.I.D.)とし, D_t, X_tに関しては, 以下のように多変量正規分布に従うものと仮定する.

$$u_t\equiv\begin{pmatrix}D_t\\X_t\end{pmatrix}\sim N(\cdot,\sigma)\quad \sigma=\begin{pmatrix}\sigma_{DD} & \sigma_{DX}\\ \sigma_{DX}' & \sigma_{XX}\end{pmatrix} \tag{3}$$

ここで, σ_{DD}は一般性を失うことなく正定値行列とする. この設定には三点ほど通常とは異なると思われる箇所が挙げられる.

・一つ目は式(1)の効用関数において用いられる期間の問題である．一般に多期間モデルを定義する場合，期間はある程度十分な長さ，もしくは無限とすることが多い．対して，式(1)は時点tから$t+1$までの近視眼的な効用関数である．これについては，Wang(1994), Lo and Wang(2003)において，式(1)が適切に定義した動的最適化問題の価値関数と同様の形式であることが示されているので参照されたい．また，このICAPM は動的最適化問題を厳密に解くことを目的としておらず，投資問題の動的な性質をとらえるためにモデリングされている．
・二つ目は，状態変数を I.I.D.仮定したことである．この仮定により，モデルは，静的な印象を受けるかもしれないが，効用関数が時間変化する状態変数に依存しているので，動的関係を導入している．
・三つ目は，債券市場を外部要因化したことである．これにより債券市場における均衡問題を考慮する必要がなくなり，分析が簡略化されている．これについては金利の変化がモデルにおいて重要ではなく，また，実証で用いる週次データにおける金利変更の頻度は少ないため，大きな影響はないと考えられる．

2.2 市場均衡における最適ポートフォリオと価格

2.1 節の設定の下，市場均衡を定義し，その解を示す．$P_t=(P_{1t},\ldots,P_{Jt})'$を配当落ち株価(現実的には発行済株式数の基準化により時価総額と解釈できる)，$S_t^i=(S_{1t}^i,\ldots,S_{Jt}^i)'$を投資家$i$のポートフォリオとする．また，$Q_{t+1}$を時点$t+1$における，資金調達コストを超過した 1 株当たりの収益のベクトルとし，

$$Q_{t+1}=D_{t+1}+P_{t+1}-(1+r)P_t \tag{4}$$

とする．このとき，市場均衡を以下に定義する．

定義 1

1, S_t^iは以下の投資家iの最適化問題を解くことにより得られる．

$$S_t^i=\arg\max\ E_t[-\exp\{-W_{t+1}^i-(\lambda_X X_t+\lambda_Y Y_t^i)S_M' D_{t+1}-\lambda_Z(1+Z_t^i)X_{t+1}\}] \tag{5}$$

$$s.t.\quad W_{t+1}^i=W_t^i+S_t^{i\prime}Q_{t+1} \tag{6}$$

2, S_t^iに関して，株式市場における株数は以下のように制約される．

$$\sum_{i=1}^{I}S_t^i=S_M \tag{7}$$

この市場均衡の定義は，債券市場を外部要因化したことを除いては，広く用いられている市場均衡と大きな違いはない．定義 1 の解を定理 1 に示す．

定理 1

定義 1 にあるS_t^iを具体的に書き下すと，以下のような均衡解として表現できる．

$$P_t=-a-bX_t \tag{8}$$

$$S_t^i = h_{Mt}^i S_M + h_{Ht}^i S_H \tag{9}$$

ここで，

$$S_H = (\sigma_{QQ})^{-1} \sigma_{QX} \tag{10}$$

$$h_{Mt}^i = I^{-1} - \lambda_Y Y_t^i \tag{11a}$$

$$h_{Ht}^i = \lambda_Y (b' S_M) Y_t^i - \lambda_Z Z_t^i \tag{11b}$$

$$\sigma_{QQ} = \sigma_{DD} - b\sigma_{DX}' - \sigma_{DX} b' + \sigma_{XX} bb' \tag{11c}$$

$$\sigma_{QX} = \sigma_{DX} - \sigma_{XX} b \tag{11d}$$

$$a = r^{-1}(I^{-1}\sigma_{QQ} S_M + \lambda_Z \sigma_{QX}) \tag{11e}$$

$$b = \lambda_X [(1+r) + \lambda_X \sigma_{DX}' S_M]^{-1} \sigma_{DD} S_M \tag{11f}$$

定理 1 より，投資家の株式に対する投資は市場ポートフォリオS_MとヘッジポートフォリオS_Hに分離されることが示された．これにより，投資家の富は3資産(無リスク債券と 2 つの株式ポートフォリオ）に分離される(3 資産分離定理)．これは Merton (1973)の ICAPM と同様の形式の解である．また，$X_t = 0, \forall t$のとき，QとX_tの共分散であるσ_{QX}はゼロになるので式(9)の第 2 項は消え，CAPM の最適保有ポートフォリオと同じ形式の解(2 資産分離定理)が得られる．これは，投資機会を表すX_tの変動リスクがなくなり，ヘッジポートフォリオを保有する動機がなくなるためである．

式(1)の効用関数は指数型を採用しているが，通常とは異なる形式となっている．通常の指数型効用関数は，式(1)の指数関数の第 1 項までであり，第 2 項，第 3 項にあるようなファクターは見受けられない．これは本来の多期間問題を近視眼的な投資問題に置き換えたために導入されたものである．これにより効用関数は状態変数に依存するようになり，本モデルで用いたような近視眼的な効用関数でも動的な関係を導入することができる．

式(1)の指数関数の第 2 項は，投資家の効用がペイオフに直接依存することを示している．これにより，たとえ株式を保有しなくとも，市場におけるペイオフが変動すれば効用も変動するという心理現象が起こる．この心理を Lo and Wang(2006)はマーケットスピリッツと名付け，ケインズのアニマルスピリッツ(野心)の対義語にあたるものと意味づけた．投資家iのマーケットスピリッツは$(\lambda_X X_t + \lambda_Y Y_t^i)$で表され，この値の変化により，限界効用は変化し，株式の保有量に影響を与える．

マーケットスピリッツ$(\lambda_X X_t + \lambda_Y Y_t^i)$の$X_t$は時点$t$における市況を表すファクターであり，全ての投資家に共通である．これは全体の株式需要に影響を与え，式(8)の均衡株価にも影響を与える．対照的に，Y_t^iはマーケットスピリッツの投資家間の(選好などの)個人差を表しており，これは全体では互いに打ち消し合うので，均衡株価に

影響しない．しかしながら，Y_t^i は式(11a)が示すように，投資家個人の保有株式に影響を与える．

式(1)の指数関数の第 3 項は，効用関数の状態変数 X_{t+1} への依存を示している．これは，状態変数 X_{t+1} が市場均衡における株式の投資機会を決定するため，動的に最適化する投資家の価値関数(効用関数）においても X_{t+1} に依存関係を与えている．この依存は投資家に，将来の市況を気にかけさせる．これにより投資家は投資機会の変化に対し，効用の変動をなだらかにさせるポートフォリオを選好するようになる．このような投資家の選好を状態変数 Z_t^i は表し，式(11b)で表されるヘッジポートフォリオの保有量に影響を与える．

3. 売買情報と収益に関する性質

2 節の設定の下での売買情報と収益に関する性質を主張 1，2 に示す．共に 4 節でのヘッジポートフォリオの構築に用いる重要な性質である．

3.1 売買情報における性質

株式 j の出来高を τ_{jt} と定義するが，2.1 節の設定で発行済株式数を 1 と基準化したので，実質的には売買回転率であり，以降は売買回転率，もしくは単に回転率と呼ぶことにする．時間変動する状態変数が与えられたとき，投資家は最適な保有株を取得するために互いに取引を行う．式(9)より投資家は 2 種類の株式ポートフォリオを保有することが示されたので τ_{jt} は，

$$\tau_{jt} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{I} \left| (h_{Mt}^i - h_{Mt-1}^i) + (h_{Ht}^i - h_{Ht-1}^i) S_{Hj} \right|, \forall j = 1,\ldots,J \tag{12}$$

と表すことができる．また，回転率のベクトルを $\tau_t = (\tau_{1t},\ldots,\tau_{Jt})'$ とする．このとき，τ_t に関して，主張 1 が導かれている．

主張 1

市場ポートフォリオ取引とヘッジポートフォリオ取引の関連性が小さいとき，株式の回転率は以下の 2 ファクター構造で表すことができる．

$$\tau_t \approx S_M F_{Mt} + S_H F_{Ht} \tag{13}$$

$$F_{Mt} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{I} \left| h_{Mt}^i - h_{Mt-1}^i \right|, \quad F_{Ht} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{I} (h_{Ht}^i - h_{Ht-1}^i) Sign\,(h_{Mt}^i - h_{Mt-1}^i)$$

このとき，式(13)の第 2 項における株式 j のウェイトは，ヘッジポートフォリオの株式 j の保有割合に比例しており，これは極めて重要である．なぜなら，もし F_{Mt}, F_{Ht} を得ることができるなら，S_M が既知なので，式(13)からヘッジポートフォリオ S_H を構築することが可能となるからである．

3.2 ヘッジポートフォリオの最適予測性

ヘッジポートフォリオの収益が，将来の市場ポートフォリオの収益に対して，最も良い予測となることを示す．時点$t+1$における，市場ポートフォリオの収益を$Q_{Mt+1}=S'_M Q_{t+1}$，時点tにおける任意のポートフォリオSの収益を$Q_{St}\equiv S'Q_t$とする．このとき，以下の回帰式で，Q_{St}をQ_{Mt+1}の予測に用いる．

$$Q_{Mt+1}=\delta_0+\delta_1 Q_{St}+\varepsilon_{Mt+1} \tag{14}$$

ポートフォリオSの予測力は回帰式(14)の決定係数R^2によって計量することができる．そして,ポートフォリオSに関するR^2の最大化問題を解くことにより，最適予測ポートフォリオS^*を求めることができる．その解を主張2に示す．

主張2

将来の市場ポートフォリオに対する最適予測ポートフォリオS^*はヘッジポートフォリオS_Hである．

$$S^*=(\sigma_{QQ})^{-1}\sigma_{QX}=S_H \tag{15}$$

これは，あらゆるポートフォリオの収益を将来の市場ポートフォリオの収益に回帰させた場合，ヘッジポートフォリオの収益が最も高い決定係数をもたらすということである．

4. 売買情報を用いたヘッジポートフォリオ構築手法

この節では，3 節の性質を基に，売買情報からヘッジポートフォリオを構築する手法を紹介する．

主張 1 より売買回転率は 2 ファクターで表される．式(13)を個別株式jについて表すと，

$$\tau_{jt}=F_{Mt}+S_{Hj}F_{Ht}+\varepsilon_{jt} \tag{16}$$

であり，ここでS_{Hj}はヘッジポートフォリオの株式jの成分(保有割合)である．また，ε_{jt}は誤差項であり，$j=1,\dots,J$において独立と仮定する．この仮定の妥当性は Lo and Wang(2000)を参照されたい．ここで，式(16)からS_{Hj}を推定したいのだが，ファクターF_{Mt},F_{Ht}は実際には観察できない．そこで，2 種類の売買回転率の平均を利用する．2 種類の平均回転率とは単純平均回転率τ_t^{EW}と，売買単位数(=発行済株式数／売買単位)で加重平均した回転率τ_t^{SW}であり，以下のように定義する．

$$\tau_t^{EW}\equiv\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\tau_{jt}=F_{Mt}+F_{Ht}n^{EW}+\varepsilon_t^{EW} \tag{17}$$

$$\tau_t^{SW}\equiv\sum_{j=1}^{J}\left(\frac{N_j}{N}\right)\tau_{jt}=F_{Mt}+F_{Ht}n^{SW}+\varepsilon_t^{SW} \tag{18}$$

$$n^{EW}=\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}S_{Hj},\qquad n^{SW}=\sum_{j=1}^{J}\left(\frac{N_j}{N}\right)S_{Hj} \tag{19}$$

ここで，N_j は株式 j の総売買単位数(=発行済株式数/売買単位)で，$N=\sum_{j=1}^{J}N_j$ である．また，ε_t^{EW} および ε_t^{SW} は誤差項である．これらは式(16)の誤差項 ε_{jt} の平均であり，ε_{jt} は $j=1,\dots,J$ で独立と仮定したので，銘柄数 J が十分大きいとき，無視することができる．そのため，以降は ε_t^{EW} および ε_t^{SW} を無視する．そして，連立方程式(17), (18)を解くと，

$$F_{Mt}=\frac{\tau_t^{SW}n^{EW}-\tau_t^{EW}n^{SW}}{n^{EW}-n^{SW}},\quad F_{Ht}=\frac{\tau_t^{EW}-\tau_t^{SW}}{n^{EW}-n^{SW}}$$

が得られ，これらを式(16)に代入すると，

$$\tau_{jt}=\beta_{\tau j}^{EW}\tau_t^{EW}+\beta_{\tau j}^{SW}\tau_t^{SW}+\varepsilon_{jt} \tag{20}$$

$$\beta_{\tau j}^{EW}=\frac{n^{EW}-S_{Hj}}{n^{EW}-n^{SW}} \tag{21a}$$

$$\beta_{\tau j}^{SW}=\frac{S_{Hj}-n^{SW}}{n^{EW}-n^{SW}} \tag{21b}$$

となり，τ_{jt} は 2 種類の平均回転率の線形結合となる．また，式(21a)を変形すると，

$$S_{Hj}=(n^{EW}-n^{SW})\beta_{\tau j}^{EW}+n^{SW} \tag{22}$$

が得られる．ここで，式(22)の第 1 項の $n^{EW}-n^{SW}$ をパラメータ ϕ，第 2 項の n^{SW} は，$\phi=0$ の時に市場ポートフォリオとなるように基準化するため，$n^{SW}=1$ とする．よってパラメータ ϕ の 0 からの乖離は，市場ポートフォリオからの逸脱を表す．これらを式(22)に当てはめると，式(23)が得られ，これをヘッジポートフォリオの形に直すと式(24)が得られる．

$$S_{Hj}=\phi\beta_{\tau j}^{EW}+1 \tag{23}$$

$$S_H=\phi\begin{pmatrix}\beta_{\tau 1}^{EW}\\ \vdots\\ \beta_{\tau J}^{EW}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix} \tag{24}$$

以上より，ヘッジポートフォリオの構築手順は，

STEP 1：過去 1 年分の個別株の回転率 τ_{jt} を用いて，式(17), (18)より平均回転率 τ_t^{SW},τ_t^{EW} を計算する．

STEP 2：$\beta_{\tau j}^{EW}$ を τ_{jt}，τ_t^{SW},τ_t^{EW} を用いて式(20)で回帰し，推定する．これを $j=1,\dots,J$ において行う．ここで推定した $\beta_{\tau j}^{EW}$ のベクトルは式(24)の第 1 項で用いる．

STEP 3：式(24)における ϕ を，主張 2 を利用し，以下のように予測力(市場リターンに対するラグ決定係数)が最大となる ϕ を選択する．

$$\phi = \arg \max_{\phi} R^2 = \arg \max_{\phi} \frac{\{Cov[R_{Mt+1}, R_{Ht}]\}^2}{Var[R_{Mt+1}]Var[R_{Ht}]} \tag{25}$$

$$R_{Mt+1} = \frac{\sum_{j=1}^{J} V_{jt} R_{jt+1}}{\sum_{j=1}^{J} V_{jt}}, \qquad R_{Ht} = \frac{\sum_{j=1}^{J} S_{Hj} V_{jt-1} R_{jt}}{\sum_{j=1}^{J} S_{Hj} V_{jt-1}}$$

ここで，R_{jt}は実データにおける個別株式のリターン，V_{jt}は時価総額である．以上の操作により，式(24)にてヘッジポートフォリオS_Hが推定できる．

5. 実証分析

5.1 データ

株価と出来高については日経225採用銘柄のうち1997年4月から2007年3月まで上場していた199銘柄の週次データを使用した．週次データを用いたのは，ヘッジポートフォリオを推定するためのサンプル数の確保と売買情報に含まれる経済的に意味のないノイズをできるだけ少なくするように考慮した結果である．発行済株式数及び1株当たり純資産額は金融庁のEDINETに掲載されている有価証券報告書を参照した．また，無リスク金利は無担保コールレート翌日物を用い，以下リターンと表記するものは，この無リスク金利に対する超過リターンを表すものとする．

本研究の週次データにおける，平均回転率τ_t^{EW}，τ_t^{SW}の時系列推移を図1,2に，市場ポートフォリオと上記のSTEPで推定したヘッジポートフォリオのリターンの基本統計量を表1, 2に付す．

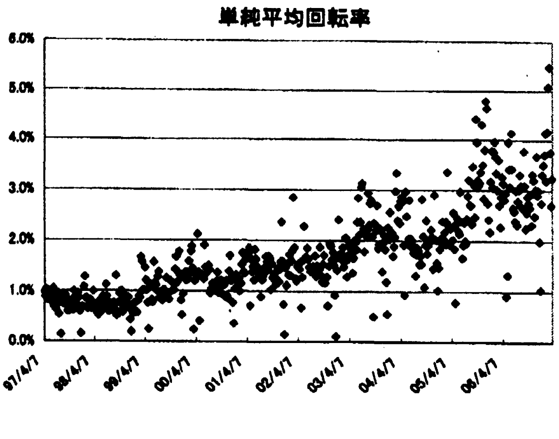


図1：平均回転率τ_t^{EW}の時系列推移

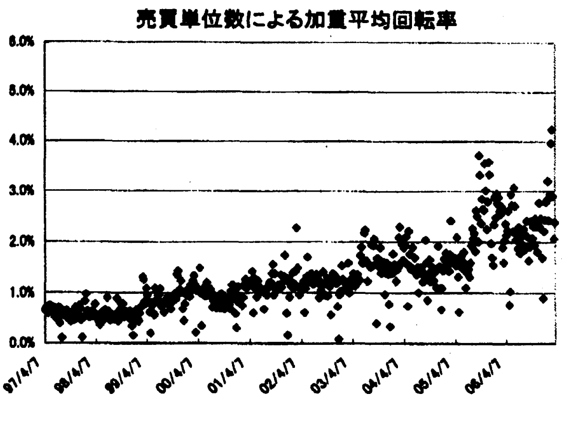


図2：平均回転率τ_t^{SW}の時系列推移

表 1：市場ポートフォリオの基本統計量

	平均	標準偏差	歪度	尖度	1次自己相関	2次自己相関	3次自己相関	4次自己相関	5次自己相関
1998	0.25%	3.10%	0.08	-0.43	-5.1%	25.4%	6.0%	-6.5%	12.0%
1999	0.47%	2.76%	-0.38	-0.12	-28.1%	3.7%	-6.8%	3.7%	-2.0%
2000	-0.35%	2.78%	0.39	-0.02	-25.3%	-0.3%	-19.3%	-13.0%	17.8%
2001	-0.26%	2.88%	0.28	-0.21	21.1%	-1.6%	4.8%	-22.0%	-21.8%
2002	-0.44%	2.78%	0.11	-0.91	-9.0%	-34.1%	-2.3%	-11.1%	23.0%
2003	0.65%	2.36%	-0.35	-0.32	-3.1%	-10.5%	9.4%	15.9%	-18.8%
2004	0.02%	1.76%	-0.12	-0.80	-14.6%	0.1%	-21.4%	1.8%	-2.5%
2005	0.74%	2.02%	-0.10	-0.08	-17.3%	8.3%	1.4%	5.0%	10.6%
2006	0.17%	2.34%	-1.09	1.58	-4.3%	3.8%	9.9%	-16.2%	-3.6%
全体	0.14%	2.58%	-0.11	-0.18	-5.7%	2.8%	1.0%	-0.2%	5.5%

表 2：ヘッジポートフォリオの基本統計量

	平均	標準偏差	歪度	尖度	1次自己相関	2次自己相関	3次自己相関	4次自己相関	5次自己相関
1998	-0.08%	1.09%	0.88	2.29	-44.1%	17.6%	-17.4%	18.6%	-6.5%
1999	0.54%	2.96%	-0.47	-0.02	-26.3%	7.3%	-10.2%	2.4%	0.8%
2000	-0.01%	2.23%	0.28	0.05	-29.5%	-2.2%	-15.2%	-14.0%	15.7%
2001	-0.17%	2.16%	0.71	0.72	26.4%	8.9%	14.5%	-24.8%	-13.2%
2002	0.01%	0.97%	-0.20	0.98	-15.6%	-22.4%	11.7%	10.3%	6.0%
2003	0.20%	1.23%	-0.11	-0.30	-11.3%	0.1%	-4.6%	9.4%	-2.5%
2004	-0.04%	1.18%	0.16	-0.53	-17.3%	-6.8%	-25.0%	3.3%	-8.5%
2005	0.54%	1.60%	-0.17	-0.03	-14.8%	3.8%	-0.4%	8.8%	16.7%
2006	0.21%	0.54%	0.80	1.89	-10.7%	-12.8%	-2.8%	-9.9%	3.7%
全体	0.13%	1.71%	0.10	1.95	-12.6%	6.4%	-4.1%	1.4%	4.8%

5.2 予測力分析

ここでは主張 2 の「ヘッジポートフォリオは市場ポートフォリオに対する最適予測ポートフォリオである」という性質の実証を行う．

5.2.1 予測力分析の分析手法

分析手法はラグ回帰分析を用いる．具体的には式(26)のように時点$t+1$における市場リターンR_{Mt+1}を，時点tにおける予測ファクターリターンR_{pt} ($p=1,\ldots,6$ | R_{1t}はヘッジポートフォリオ，R_{2t}は日経 225 平均，R_{3t}は TOPIX，R_{4t}は実験データの単純平均ポートフォリオ，R_{5t}は SMB ポートフォリオ，R_{6t}は HML ポートフォリオのリターンである)でそれぞれ時系列回帰を行った．

$$R_{Mt+1} = \delta_0 + \delta_1 R_{pt} + \varepsilon_{Mt+1} \tag{26}$$

予測力の評価は決定係数にて行った．また，以下の手順で相関係数の有意性検定(t検定)を行った．

帰無仮説を「R_{pt}とR_{Mt+1}との母相関係数 = 0」とした両側検定を行う．検定統計量であるt値は以下のように計算する．t値は自由度が$n-2$のt分布に従うものとする．

$$t = \sqrt{\frac{R^2(n-2)}{1-R^2}} \qquad R^2：決定係数 \qquad n：サンプル数$$

5.2.2 予測力分析の分析結果

表 3 に各予測ファクターの決定係数を付す．これより，本研究のヘッジポートフォリオファクターの予測力は 9 年間のうち 1998, 1999, 2001, 2005, 2006 年の 5 年におい

て最大となった．残りの4年においても2番目か3番目に位置している．また，ヘッジポートフォリオ以外のファクターでは安定したパフォーマンスを得ることができずにいるのに対し，ヘッジポートフォリオは安定的に大きなパフォーマンスを得ている．その証拠に決定係数の平均値は極めて大きい．

表4には同様にt値を付す．t検定では9年間のうち3年で5%有意，4年間で15%有意という結果となった．検定としては若干弱い結果ではあるが，ヘッジポートフォリオ以外のファクターにはほとんど有意性のないことを考えると，相対的な予測力が高いことが分かる．

表3, 4の結果は共にヘッジポートフォリオファクターに相対的な予測力があることを示している．主張 2 はヘッジポートフォリオが絶対的に高い予測力を得られるというものではなく，他のポートフォリオよりは相対的に高い予測力が得られるという性質を示しているため，これらの結果より主張2を実証により示すことができたと考えられる．

以上より売買情報を用いて構築したヘッジポートフォリオには相対的に予測力があることが実証された.しかし，この性質を用いて戦略を立てるには問題点がある．それは，決定係数が最大化されても果たしてそれが正の相関なのか負の相関なのかが分からないことであり，ここでは示さないが，年度毎に正と負の相関がバラバラであった．これについては何らかの工夫を今後考えていきたい．

先行研究との比較では，本研究の方が全体的に大きな決定係数が得られた．これは先行研究が5年間の検証期間を設けているのに対し，本研究ではデータの都合上，1年間としたことが要因の一つとして考えられる．

表3：予測力分析における決定係数

	ヘッジ	日経平均	TOPIX	単純平均	SMB	HML
1998	5.9%	0.5%	0.8%	0.0%	5.0%	1.6%
1999	8.1%	3.2%	6.6%	4.4%	4.6%	0.2%
2000	6.7%	7.7%	8.4%	2.8%	0.0%	1.9%
2001	5.0%	2.1%	3.5%	3.9%	3.5%	0.3%
2002	5.1%	0.3%	0.7%	0.1%	9.4%	0.0%
2003	0.8%	0.2%	0.2%	0.0%	0.2%	1.0%
2004	2.7%	4.0%	0.9%	0.8%	2.1%	16.4%
2005	11.6%	3.0%	1.9%	2.8%	2.2%	0.0%
2006	12.0%	0.5%	0.0%	0.2%	7.0%	0.3%
平均	6.4%	2.4%	2.6%	1.7%	3.8%	2.4%

表4：予測力分析におけるt値

	ヘッジ	日経平均	TOPIX	単純平均	SMB	HML
1998	1.77*	0.50	0.62	0.00	1.62*	0.90
1999	2.09**	1.29	1.88	1.52*	1.55*	0.32
2000	1.89*	2.04**	2.14**	1.20	0.00	0.98
2001	1.62*	1.04	1.35	1.42	1.35	0.39
2002	1.65*	0.39	0.58	0.22	2.28**	0.00
2003	0.65	0.32	0.30	0.00	0.32	0.71
2004	1.17	1.44	0.69	0.64	1.04	3.13**
2005	2.55**	1.24	1.00	1.20	1.06	0.00
2006	2.61**	0.50	0.01	0.32	1.94*	0.39
平均	1.85	1.11	1.15	0.93	1.41	1.11

* は15%有意，** は5%有意水準である．

5.3 株式リターンのクロスセクションにおける説明力分析

ICAPM において，個別株式のリターンR_{jt}は市場ポートフォリオリターンR_{Mt}とヘッジポートフォリオリターンR_{Ht}を用いて

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \beta_j^H R_{Ht} + \varepsilon_{jt} \tag{27}$$

で表されることが知られており，これは本研究の ICAPM にも当てはまる．ここでは，R_{Ht}に売買情報より構築したヘッジポートフォリオリターンを用いて，クロスセクションデータに対する ICAPM の説明力の分析を行う．

5.3.1 説明力分析の分析手法

分析手法は，資産価格モデルのクロスセクションデータに対する説明力分析において，広く用いられている Fama-MacBeth(1973)の 2 段階回帰を用いる．これは，対象年度の前年度のデータから推定したリスク(ベータ)が，対象年度の個別株式リターンのバラツキをどの程度説明しているかを分析するもので，リスクに対する予測力分析とも捉えられる．

具体的な手順は

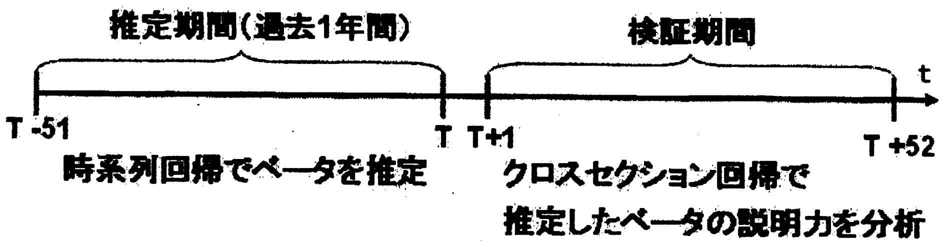
STEP 1：ファクター数Fのモデルにおいて，式(28)のように，過去 1 年分(52 週間)の時系列データをモデルに回帰させ，係数であるベータβ_{fj}を推定する．これを$j=1,\ldots,J$において推定する．

$$R_{jt} = \alpha + \sum_{f=1}^{F} \beta_{fj} R_{ft} + \varepsilon_{jt} \quad (j: fix,\ t = T-51,\ldots T) \tag{28}$$

ここで，R_{jt}は株式jの，R_{ft}はファクターfのリターンである．

STEP 2：検証期間において，今度は式(29)のようにクロスセクションデータに対して回帰分析を行う．ここで説明変数のベータβ_{fj}は STEP 1 で推定した値を用いる．この回帰を，$t=T+1,\ldots,T+52$で行い，その自由度調整済決定係数の時系列平均値を求める．

$$R_{jt} = \delta_0 + \sum_{f=1}^{F} \delta_f \beta_{fj} + \varepsilon_{jt} \quad (j = 1,\ldots J,\ t: fix) \tag{29}$$



<比較 1：CAPM に対する追加的リスクファクターとしての有効性>

式(30)で表される一般的な CAPM と，式(27)で表される CAPM に本研究のヘッジポートフォリオファクターを加えた ICAPM の比較を行った．

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \varepsilon_{jt} \tag{30}$$

＜比較 2：既存の追加的リスクファクターとの比較＞

CAPM に対する追加リスクファクターとして，既に実証研究において高い説明力を持つことで知られている Fama-French(1992)の 3 ファクターモデルの SMB ファクター，HML ファクターと本研究のヘッジポートフォリオファクターとの比較を行った. 3 ファクターモデルとはCAPM にSMB ファクター, HML ファクターを追加したモデルである. SMB ファクターは小型株が大型株よりも平均的に高いリターンが得られるという小型株効果を説明するファクターであり，ファクターリターンは時価総額の下位 50%銘柄をロング，上位 50%銘柄をショートするポートフォリオのリターンを用いた. 同様に HML ファクターは PBR が低い割安株が割高株よりも平均的に高いリターンが得られるという割安株効果を説明するファクターであり，そのリターンは PBR の下位 30%銘柄をロング，上位 30%銘柄をショートするポートフォリオのリターンを用いた. PBR については，対象年度の 3 月末時点の株価を 1 株あたりの純資産額で除したものを用いた.

SMB ファクターとの比較は，同条件で行うために，市場ファクターに SMB，ヘッジポートフォリオファクターをそれぞれ加えたモデル(31)，(32)の比較と，それらに HML ファクターを加えたモデル(33)，(34)の比較を行った. HML ファクターとの比較も同様に行った.

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \beta_j^H R_{Ht} + \varepsilon_{jt} \tag{31}$$

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \beta_j^{SMB} R_t^{SMB} + \varepsilon_{jt} \tag{32}$$

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \beta_j^{HML} R_t^{HML} + \beta_j^H R_{Ht} + \varepsilon_{jt} \tag{33}$$

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j^M R_{Mt} + \beta_j^{HML} R_t^{HML} + \beta_j^{SMB} R_t^{SMB} + \varepsilon_{jt} \tag{34}$$

5. 3. 2 説明力分析の分析結果

＜比較 1＞　図 3 に CAPM と本研究の ICAPM の自由度調整済決定係数を示す. これより，ヘッジファクターを加えることで，全期間において高い説明力が得られることが確認できた. また，1999, 2004, 2005 年の株価上昇局面では CAPM の説明力が極めて低くなっているがヘッジポートフォリオファクターを加えることによりこのような局面でも説明力が上昇することがわかる. これより売買情報から構築されたヘッジポートフォリオの追加的リスクファクターとしての有効性が確認できた.

また，先行研究では 80 年代後半以降の CAPM の説明力がそれまでの約 10%から 5%台に落ち込んでいる. その原因として近年の株式リターンのボラティリティ上昇を指摘しているが，本研究では CAPM の説明力と株式のボラティリティとの関連性は見受けられなかった.

式(29)の δ_f はファクターのリスクプレミアムを表している. この中でヘッジポートフォリオファクターのリスクプレミアムは負の値をとることが多かった. これはヘッジポートフォリオファクターに対するエクスポージャーを取ることにより，動的リスクが回避されることに対してプレミアムを支払う必要があることを示しており，整合的な結果となった.

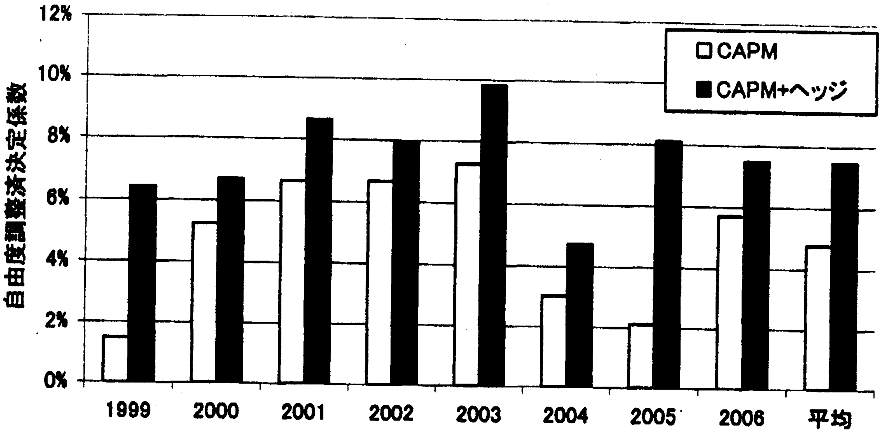


図3：ヘッジファクター追加による説明力変化

＜比較2＞　図4にヘッジファクターとSMBファクターとの，図5にHMLファクターとの自由度調整済決定係数を示す．これより，ヘッジファクターの説明力が3ファクターモデルのSMB, HMLファクターの説明力に匹敵することが確認できた．この手の多くの分析が月次データを用いているのに対し，本研究では週次データを用いているので単純には比較できないが，売買情報に基づくヘッジファクターが財務情報などに基づくSMB, HMLファクターに匹敵するというのは興味深い結果であり，売買情報の重要性を間接的に示している．また，1999, 2000年度と最近3年間でSMB, HMLファクターの説明力が相対的に小さい結果となった．これは前者はITバブル，後者は景気回復の影響により，小型，割安以外の要因が重要視されたためと考えられる．

先行研究の結果はHMLファクターの説明力が低く，3ファクターモデルがCAPMにすら説明力が劣るという結果も見受けられた．それに対しSMBファクターは安定的な説明力をもたらしていた．これは本研究においても同様であり，HMLは3ファクターモデルの説明力を極端に落とすようなことはしていないが，期間によって説明力は不安定である．これに対し，SMBファクターは安定的である．

また，モデルの組み合わせの中で最も説明力が大きいのは，図4で採用されている「CAPM+SMB+ヘッジ」モデルである．これは本研究のヘッジファクターも安定的な説明力が得られており，SMBファクターとの間の相関も小さいためと考えられる．

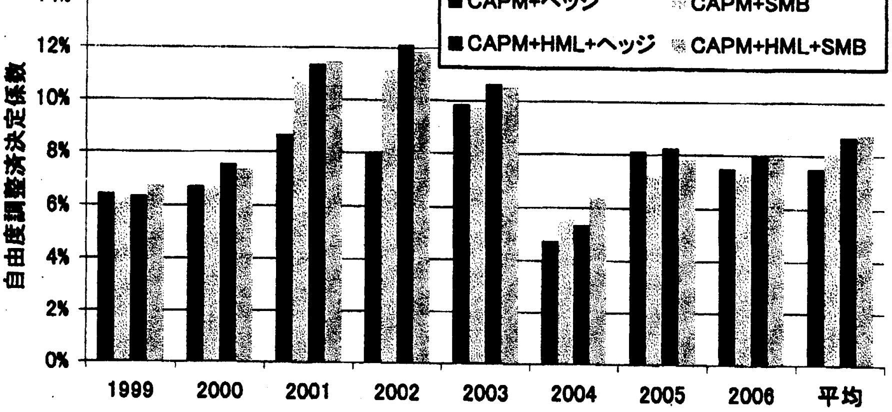


図4：SMBファクターとの比較

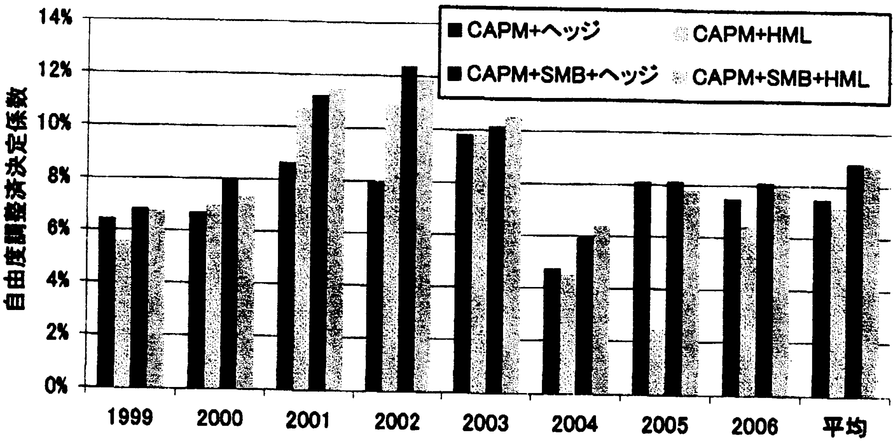


図5：HMLファクターとの比較

6. まとめと結語

本論文では Lo and Wang(2006)の手法に基づき，重要な情報でありながら資産価格モデルにおいて注目度の低い売買情報を用いた実証分析を行った．その結果として，売買情報を用いて構築したヘッジポートフォリオリターンが市場リターンに対して予測力を持つこと，また，それをリスクファクターとして用いたモデルの説明力は CAPM よりも常に上回り，Fama-French(1992)の SMB, HML ファクターに匹敵することが確認できた．これより ICAPM において売買情報を利用することの有効性が，日本市場においても確認できた．

参考文献

[1] Fama, Eugene F., and Kenneth French "The cross section of expected stock returns." *Journal of Finance* **47**(1992), 427-465.

[2] Fama, Eugene F., and James D. MacBeth "Risk, return, and equilibrium: Empirical tests." *Journal of Political Economy* **81**(1973), 607-636.

[3] Lo, Andrew W., and Jiang Wang "Trading Volume: Implications of an Intertemporal Capital Asset Pricing Model." *Journal of Finance* **61**(2006), 2805-2840.

[4] Lo, Andrew W., and Jiang Wang "Trading Volume: Definitions, Data Analysis, and Implications of Portfolio Theory." *Review of Financial Studies* **13**(2000), 257-300.

[5] Lo, Andrew W., and Jiang Wang "Trading Volume, in M. Dewatripont, L. Hansen, and S.Turnovsky, eds." *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications, Eighth World Congress*, **2**(2003) (Cambridge University Press).

[6] Merton, Robert C. "An intertemporal capital asset pricing model." *Econometrica* **41**(1973), 867-887.

[7] Wang, Jiang "A model of competitive stock trading volume." *Journal of Political Economy* **102**(1994), 127-168.

[8] 本多 俊毅 "マルチファクター・モデルにおける動学的最適ポートフォリオ" 京都大学数理解析研究所講究録 **1264**(2002), 188-202.